

# JISMLARNING INERSIYA MOMENTLARINI DINAMIK USUL BILAN ANIQLASH

**Kerakli asboblar:** Blokli va elektromagnitli asosga mahkamlangan aylanuvchi gorizontal stolchadan iborat qurilma, stolcha ustiga oʻrnatish uchun massa markazi orqali teshilgan  $m_0$  massali ikkita parallelepiped, shtangensirkul, masshtabli chizgʻich, elektrosekundomer.

## Ishning maqsadi

Talaba ishni bajarish mobaynida aylanma harakat uchun kinematika va dinamika qonunlarini, bu qonunlardagi kattaliklarning maʼnosini bilishi hamda mexanik tizimlar uchun energiyaning saqlanish qonunidan foydalanib, jismlarning inersiya momentlarini tajriba orqali aniqlay olishi kerak.

Bu ishda energiyaning saqlanish qonunidan foydalanib dinamik usul bilan parallelepipedning inersiya momenti aniqlanadi.

## Topshiriq

1. Jismlarning inersiya momentlarini aniqlashning dinamik usulini oʻrganish.
2. Qurilma - yuk qoʻyiladigan aylanuvchi stolcha tuzilishi bilan tanishish.
3. Parallelepipedning inersiya momentini ikki usul bilan aniqlash: tajriba orqali - energiyaning saqlanish qonuni yordamida, nazariy - Shteyner teoremasi yordamida.
4. Tajriba natijalarini nazariy usulda topilgan natijalar bilan solishtirish orqali oʻlchash aniqligini baholash. Inersiya momentini oʻlchash natijalarini tahlil qilish.

## Asosiy nazariy ma'lumotlar

Jismlarning aylanma harakati deb shunday harakatga aytiladiki, bunda jismning barcha nuqtalari markazlari bir to'g'ri chiziqda yotadigan aylanalar chizadi, bu to'g'ri chiziq aylanish o'qi deyiladi.

Aylanma harakatni tavsiflash uchun quyidagi tushunchalar kiritiladi:

1. Aylanish davri  $T$  - bir marta to'la aylanish uchun ketgan vaqt.

2. Aylanish chastotasi  $\nu$  - vaqt birligidagi aylanishlar soni

$$\nu = \frac{1}{T}. \quad (1)$$

3. Radius vektorning burilish burchagi  $d\varphi = \frac{ds_{\text{yoq}}}{r}$ .

4. Burchak tezlik

$$w = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (2)$$

5. Burchak tezlanish

$$\beta = \frac{dw}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (3)$$

Aylanma harakat uchun kiritilgan bu kattaliklarning qulayligi shundaki, ular jismning barcha nuqtalari uchun bir xildir.

Aylanma va chiziqli harakatni tavsiflovchi kattaliklar orasida quyidagi bog'lanish mavjud.

Chiziqli siljish

$$dS = r d\varphi, \quad (4)$$

bu yerda  $r$  - aylanish radiusi.

Chiziqli tezlik

$$v = w \cdot r. \quad (5)$$

Tangensial tezlanish

$$a_t = \beta \cdot r \quad . \quad (6)$$

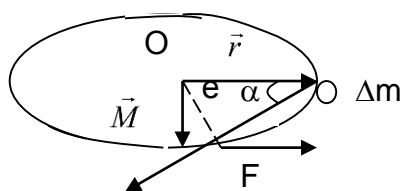
Normal tezlanish

$$a_n = w^2 r \quad . \quad (7)$$

Burchak tezlikning o'zgarishi kuch momentining ta'siriga bog'liq. Kuch momenti son jihatdan kuchning yelkaga ko'paytmasiga teng.

$$|\vec{M}| = F \cdot l \quad .$$

Kuch yelkasi deb (O) aylanish markazidan  $\vec{F}$  kuch ta'sir qilayotgan



1 - rasm

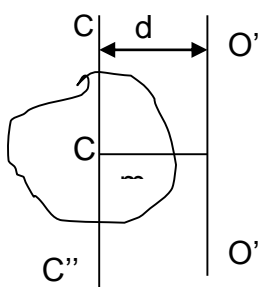
chiziqqacha bo'lgan eng qisqa masofaga aytiladi (1-rasm). Kuch yelkasi ( $l$ ) ni radius-vektor ( $\vec{r}$ ) orqali ifodalasak:

$$l = r \cdot \sin \alpha \quad \text{bundan:}$$

$$|\vec{M}| = F \cdot r \cdot \sin \alpha \quad .$$

$$\text{Vektor ko'rinishda yozsak} \quad \vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}] \quad . \quad (8)$$

Kuch momenti vektori ( $\vec{M}$ ) ning yo'nalishi ( $\vec{r}$ ) va ( $\vec{F}$ ) ning yo'nalishlari bilan o'ng vint qoidasi asosida bog'langan.  $\Delta m$  massali moddiy nuqta uchun Nyutonning ikkinchi qonuni tenglamasini yozib, chiziqli va aylanma harakat kattaliklari orasidagi bog'lanishdan



2 - rasm

foydalansak, quyidagi ifodani olamiz

$$M = \Delta m r^2 \beta = J \beta \quad . \quad (9)$$

Bu yerda  $J = \Delta m r^2$  skalyar kattalik bo'lib, moddiy nuqtaning aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti deyiladi.

Jismning barcha nuqtalarining aylanish o'qiga nisbatan inersiya momentlari yig'indisi

$$J = \sum J_i = \sum \Delta m_i r_i^2 \quad (10)$$

qattiq jismning inersiya momenti deyiladi.

(9) formulani vektor ko‘rinishida quyidagicha yozish mumkin

$$\vec{M} = J \cdot \vec{\beta} . \quad (11)$$

Jismga qo‘yilgan barcha kuchlarning aylanish o‘qiga nisbatan natijalovchi kuch momenti jismning shu o‘qqa nisbatan inersiya momentini burchak tezlanishga ko‘paytmasiga teng. Bu aylanma harakat uchun dinamikaning asosiy qonuni (Nyutonning ikkinchi qonuni) ta’rifi hisoblanadi. Bundan inersiya momenti jismning inertlik o‘lchovi ekanligi kelib chiqadi, ya’ni aylanma harakatda massa rolini o‘ynaydi. Inersiya momenti jism massasining aylanish o‘qiga nisbatan qanday taqsimlanganligiga bog‘liq. O‘qdan uzoqda joylashgan nuqtalarning  $J = \sum \Delta m_i r_i^2$  yig‘indiga qo‘shgan hissasi o‘qqa yaqin joylashgan nuqtalarga nisbatan kattaroq bo‘ladi. Jism inersiya momentining qiymati jismning shakliga, o‘lchamlariga, massasiga va aylanish o‘qiga nisbatan qanday joylashganligiga bog‘liq.

Og‘irlik markazidan o‘tmagan o‘qqa nisbatan jismning inersiya momenti (2-rasm). Shteyner teoremasi orqali aniqlanadi: jismning og‘irlik markazidan o‘tmagan istalgan aylanish o‘qiga nisbatan inersiya momenti shu o‘qqa parallel bo‘lgan, og‘irlik markazidan o‘tuvchi o‘qqa nisbatan inersiya momenti va jism massasi bilan og‘irlik markazidan aylanish o‘qigacha masofa (o‘qlar orasidagi masofa) kvadratining ko‘paytmasi yig‘indisiga teng

$$I_{o'o''} = I_{c'c''} + md^2 . \quad (12)$$

### **Qurilmaning tavsifi va o‘lchash usuli**

Bu ishda ikkita bir xil to‘g‘ri burchakli parallelepiped shaklidagi qattiq jismlarning inersiya momentlarini aniqlash uchun vertikal o‘q

atrofida erkin aylana oladigan gorizontol aylana stolchadan foydalaniladi. Stolchaga shkif mahkamlanan bo‘lib, unga ip o‘ralgan va bu ip kronshteynga mahkamlangan blok orqali o‘tkazilib, uchiga yuk osilgan. Dastlab yuk eng yuqori holatda elektromagnit yordamida tutib turiladi. Elektromagnit o‘chirilganda yuk ipni tortib pastga tusha boshlaydi va stolchani unda joylashgan parallelepiped shaklidagi jismlar bilan birga aylantiradi.

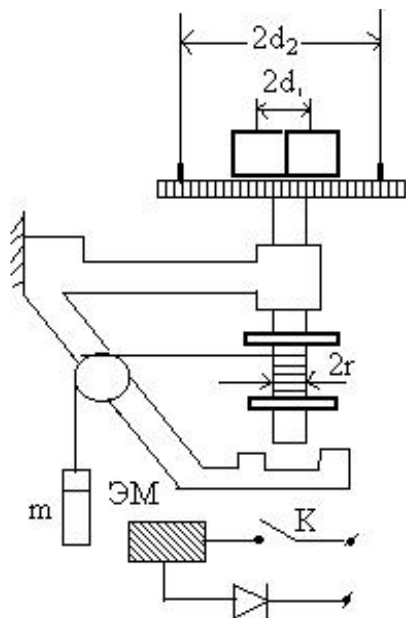
Energiyaning saqlanish qonuniga asosan, dastlabki holatda yuqoriga ko‘tarilgan yukning potensial energiyasiga teng bo‘lgan tizimning to‘liq mexanik energiyasi yukning ilgariylanma harakati kinetik energiyasiga, stolchani aylantirish kinetik energiyasiga va ishqalanish kuchlariga qarshi ish bajarishga sarflanadi.

Podshipniklardagi ishqalanish kuchlariga qarshi bajariladigan ishga sarflanuvchi mexanik energiyani hisoblash qiyin bo‘lganligi uchun tajriba har xil  $m_1$  va  $m_2$  yuklarda olib boriladi. Bu esa ishqalanishga qarshi bajarilgan ishlarni hisobga olmaslikka imkon beradi, chunki bu ishlarning qiymati o‘zgarmaydi

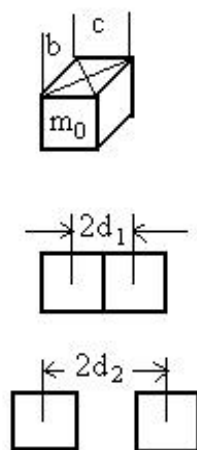
$$m_1 gh = \frac{m_1 g_1^2}{2} + \frac{I w_1^2}{2} + A_{ishq} \quad , \quad m_2 gh = \frac{m_2 g_2^2}{2} + \frac{I w_2^2}{2} + A_{ishq} \quad (13)$$

Bu yerda  $I$  - aylanayotgan tizim inersiya momenti,  $g_1$  ,  $g_2$  - yuklarning chiziqli tezligi,  $w_1$  ,  $w_2$  - yuklar pastga tushib platformaga urilgan paytda stolchani aylantirish burchak tezliklari.

Yuk tinch holatdan (boshlang'ich tezlik nolga teng) tekis tezlanuvchan ilgarilanma harakat qilgan hol uchun kinematika formulalaridan foydalansak:



3 - rasm



$$I_0 = \frac{1}{12} m_0 (b^2 + c^2)$$

$$I_{1-yuk}^{Naz} = 2I_0 + 2m_0 d_1^2$$

$$I_{2-yuk}^{Naz} = 2I_0 + 2m_0 d_2^2$$

4 - rasm

$$g = at, \quad h = \frac{at^2}{2} = \frac{g \cdot t}{2}, \quad g = \frac{2h}{t}.$$

Chiziqli va burchak tezliklarni ( $w = \frac{g}{t}$ ) bevosita o'lchash imkoniyati

bo'lgan  $h$  va  $t$  orqali ifodalash mumkin:

$$g_1 = \frac{2h}{t_1}, \quad g_2 = \frac{2h}{t_2}, \quad w_1 = \frac{2h}{t_1 r}, \quad w_2 = \frac{2h}{t_2 r},$$

bu yerda  $r$  -shkif radiusi.

Bu almashtirishlarni hisobga olgan holda (13) ni quyidagicha yozish mumkin:

$$m_1 gh = \frac{m_1 \cdot 2h^2}{t_1^2} + \frac{I \cdot 2h^2}{t_1^2 r^2} + A_{ishq} \quad (14)$$

$$m_2 gh = \frac{m_2 \cdot 2h^2}{t_2^2} + \frac{I \cdot 2h^2}{t_2^2 r^2} + A_{ishq} \quad (15)$$

(15) dan (14) ni ayirsak

$$(m_2 - m_1)g = I \frac{2h}{r^2} \left( \frac{1}{t_2^2} - \frac{1}{t_1^2} \right) + 2h \left( \frac{m_2}{t_2^2} - \frac{m_1}{t_1^2} \right) \quad (16)$$

(16) dan inersiya momenti uchun quyidagi ifoda kelib chiqadi

$$I = \frac{(m_2 - m_1)gr^2 t_1^2 t_2^2}{2h(t_1^2 - t_2^2)} - \frac{r^2(m_2 t_1^2 - m_1 t_2^2)}{t_1^2 - t_2^2} \quad (17)$$

Bu yerda  $I$  - aylanayotgan stolchanning va stol ustidagi barcha jismlarning aylanish o'qiga nisbatan inersiya momentlari.

Ikkita bir xil parallelepiped shaklidagi jismlarning aylanish o'qiga nisbatan inersiya momentlarini aniqlash uchun ustiga parallelepipedlar qo'yilgan stolchani aylantirib tajriba o'tkazish kerak. Parallelepipedlar stolchaga ikki xil holatda mahkamlanadi va har bir holat uchun (17) formula bo'yicha aylanayotgan tizimning  $I_1$  va  $I_2$  inersiya momentlari hisoblanadi. Bo'sh stolchani aylantirib tajriba o'tkaziladi va (17) formula bo'yicha stolchanning  $I_c$  inersiya momenti topilib, butun tizimning inersiya momentidan ayriladi

$$I_{1-yuk} = I_1 - I_c, \quad (18)$$

$$I_{2-yuk} = I_2 - I_c, \quad (19)$$

bu yerda,  $I_{1-yuk}$  va  $I_{2-yuk}$  - parallelepipedlarni stolcha markaziga yaqin va uzoq joylashtirilgan holatlardagi inersiya momentlari.

### Ishni bajarish tartibi

1. Shtangensirkul yordamida shkifning diametri o'lchanadi va radiusi hisoblanib, 1-jadvalga yoziladi.

2.  $m_1$  yukning massasi o'lchanadi yoki qurilmadagi jadvaldan aniqlanadi.  $m_1$  yukning ustiga qo'yiladigan qo'shimcha yukcha massasi  $\Delta m$  o'lchanadi va  $m_2 = m_1 + \Delta m$  topiladi.

3. Yukni elektromagnit tutib turadigan holatgacha ko'tariladi va elektromagnit ulanadi.

4. Elektromagnit tutib turgan yukning pastki qismidan yuk kelib uriladigan platformagacha bo'lgan  $h$  balandlik o'lchanadi.

5. Elektromagnit o'chiriladi va shu ondayoq sekundomer ishga tushiriladi. Stolcha bo'sh bo'lgan holatda  $m_1$  yukning  $t_1$  tushish vaqti o'lchanadi. Tajriba 3 marta bajariladi.  $\langle t_1 \rangle$  o'rtacha vaqt topiladi. Natijalar 1-jadvalga yoziladi.

6. Pastga tushadigan yukka qo'shimcha yukcha qo'yiladi. 5-punkttdagi o'lchashlar takrorlanadi. Yukning qo'shimcha yukcha bilan birgalikda tushish uchun ketgan o'rtacha vaqti  $\langle t_2 \rangle$  topiladi. Natijalar 1-jadvalga yoziladi.

7. Parallelepipedlarni stolchanning markaziga yaqin holatda o'rnatiladi, 5 va 6 punktlardagi o'lchashlar takrorlanib,  $m_1, m_2$  yuklarning o'rtacha tushish vaqti  $\langle t_1' \rangle, \langle t_2' \rangle$  aniqlanadi. Natijalar 1-jadvalga yoziladi.

8. Parallelepipedni stolcha chetiga yaqin holatda o'rnatiladi. 5 va 6 punktlardagi o'lchashlar takrorlanib,  $m_1, m_2$  yuklarning o'rtacha tushish vaqti  $\langle t_1'' \rangle, \langle t_2'' \rangle$  topiladi. Natijalar 1-jadvalga yoziladi.

9. Shtangensirkul yordamida parallelepipednin "b" va "c" tomonlari o'lchanadi.

10. Parallelepipedni stolcha markaziga va chetiga yaqin holatda o'rnatish uchun mo'ljallangan o'qchalar orasidagi  $2d_1$  va  $2d_2$  masofalar o'lchanadi hamda  $d_1, d_2$  qiymatlar 2-jadvalga yoziladi.

11. Parallelepipedning bittasi tarozida tortiladi va uning  $m_0$  massasi 2-jadvalga yoziladi.

### **O'lchash natijalarini hisoblashga doir uslubiy ko'rsatmalar**

1. (17) formulaga  $\langle t_1 \rangle$  va  $\langle t_2 \rangle$  ning qiymatlarini qo'yib bo'sh stolchanning inersiya momenti  $I_c$  topiladi.

2. (17) formulaga  $\langle t_1' \rangle$ ,  $\langle t_2' \rangle$  ning qiymatlarini qo'yib, parallelepipedlar markazga yaqin holatda o'rnatilganda stolchanning inersiya momenti  $I_1$  topiladi.

3. Parallelepipedlar markazga yaqin holatda o'rnatilganda stolchanning inersiya momenti  $I_1$  dan (18) formula bo'yicha bo'sh stolchanning inersiya momentini ayirib, markazga yaqin o'qchalarda o'rnatilgan parallelepipedning aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti aniqlanadi.

4. (17) formulaga  $\langle t_1'' \rangle$ ,  $\langle t_2'' \rangle$  ning qiymatlarini qo'yib, parallelepipedlar chetki o'qchalarda o'rnatilgan holat uchun stolchanning inersiya momenti  $I_2$  topiladi.

5. Parallelepipedlar chetki o'qchalarda o'rnatilgan holatda stolchanning inersiya momenti  $I_2$  dan (19) formula bo'yicha bo'sh stolchanning inersiya momentini ayirib, chetki o'qchalarda o'rnatilgan parallelepipedning aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti aniqlanadi.



$m_0$ (kg)	R (m)	$d_1$ (m)	$d_2$ (m)	$I_0$	$I_{1-yuk}^{Naz}$	$I_{2-yuk}^{Naz}$	$\delta_1$	$\delta_2$

### NAZORAT SAVOLLARI

1. Jismning aylanish o'qiga nisbatan inersiya momentini aniqlash usulini tushuntiring.

2. Yuk - stolcha -platforma tizimi uchun energiyaning saqlanish qonuni qanday yoziladi?

3. Aylanma harakatni tavsiflovchi kattaliklar - burchak tezlik, burchak tezlanishni ta'riflang. Chiziqli va aylanma harakat kinematikasini tavsiflovchi kattaliklar o'zaro qanday bog'langan?

4. Aylanma harakat dinamikasining asosiy kattaliklari - jismning kuch momenti, inersiya momenti, impuls momentining ma'nosini tushuntiring.

5. Aylanma harakat dinamikasining asosiy qonunini ta'riflang. Ilgarilanma harakat bilan solishtiring.

6. Aylantiruvchi momentning ishi qanday aniqlanadi? Qattiq jism aylanma harakatining kinetik energiyasi nimaga teng?

7. Jismlarning inersiya momentlarini nazariy va tajriba orqali aniqlash usullarini tushuntiring.