

## MAKSVELL TAQSIMOTINI O'RGANISH

### *Ishning maqsadi va mazmuni*

*Ishning maqsadi* - ideal gaz molekulalarining tezliklar bo'yicha Maksvell taqsimotini kompyuter modelida o'rganish.

*Ishning mazmuni:*

- Kompyuter modeli asosida har xil haroratlarda gaz molekulalarining tezliklar bo'yicha Maksvell taqsimlanishini olish.
- Gaz molekulalarining eng katta ehtimolli tezligining haroratga bog'liqligini o'rganish.
- Molekulalarning ushbu modeldagi massasini aniqlash.

### *Ishning qisqacha nazariyasi*

Molekulalarning tezliklar bo'yicha taqsimlanishi masalasi *tezlikni yo'nalishlari bo'yicha ham, kattaligi (moduli) bo'yicha ham taqsimlashni o'z ichiga oladi*. Birinchi savolga javob aniq: tashqi maydon bo'lmaganda, molekulalarning tezlik yo'nalishlari bo'yicha taqsimlanishi bir xil bo'ladi (molekula harakatning barcha yo'nalishlari bir xil ehtimolga ega). Asosiy masala *molekulyarni tezliklarning absolyut qiymatlari bo'yicha taqsimot qonuni to'g'risida*. Ushbu qonun Maksvell tomonidan fizik makrosistema uchun quyidagi shartlar asosida o'rnatildi:

- 1) tizimning holati muvozanatda ( $T = \text{const}$  da);
- 2) tashqi maydonlar mavjud emas;
- 3) tizim zarralari harakati klassik mexanika qonunlariga bo'ysinadi.

*Maksvell taqsimot funksiyasi  $F(v)$  quyidagi shaklga ega:*

$$F(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} 4\pi v^2 \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{yoki .. } F(v) = \left(\frac{\mu}{2\pi RT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\mu v^2}{2RT}} 4\pi v^2 \dots\dots\dots(2)$$

Bu erda  $v$  - tezlik,  $m$  - molekulaning massasi,  $\mu$  - gazning molyar massasi,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K - Bolsman doimiysi,  $R = 8,314$  J/(K·mol) - gaz doimiysi,  $T$  - temperatura.

Maksvellening taqsimot funksiyasi  $F(v)$  tezligi ( $v, v + d v$ ) intervalda yotadigan *molekulalarning nisbiy soni*  $dN_v/N$  ni topish imkonini beradi.

Ekvivalent talqinda ixtiyoriy molekulaning tezlik moduli  $v$  dan  $v + d v$  oralig'ida bo'lishining  $dP_v$  ehtimolligini topishdir:

$$dP_v = \frac{dN_v}{N} = F(v)dv \dots \dots \dots (3)$$

Shunday qilib,  $F(v)$  ehtimollik zichligi ma'nosiga ega va molekulyar tezlikning funksiyasi bo'lgan har qanday fizik kattalikning o'rtacha qiymatlarini hisoblashga imkon beradi. Shunday qilib, o'rtacha arifmetik yoki o'rtacha tezlik quyidagiga teng:

$$\langle v \rangle = \frac{1}{N} \int v dN = \int_0^\infty v F(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} \dots \dots \dots (4)$$

O'rtacha kvadrat tezlik uchun quyidagi formula olinadi:

$$\langle v^2 \rangle = \int_0^\infty v^2 F(v) dv = \frac{3kT}{m}; \dots$$

$$v_{kv} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \dots \dots \dots (5)$$

Ehtimoli eng katta tezlik  $v_{eht}$  - bu Maksvellning taqsimlash funksiyasi eng katta qiymatga erishgandagi tezlikdir.  $v_{eht}$  uchun formula  $dF(v)/dv=0$  shartdan olinadi va quyidagi shaklga ega:

$$v_{eht} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} \dots \dots \dots (6)$$

Agar  $u = v/v_{eht}$  nisbiy tezlikka o'tsak Maksvellning taqsimot funksiyasi  $F(v)$  ning formulasisi ancha soddalashadi. Bu hol uchun Maksvellning taqsimot funktsiyasi  $f(u)$  quyidagi shaklga ega:

$$f(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2} \quad \dots\dots (7)$$

Nisbiy tezligi  $u_1$  dan  $u_2$  gacha bo‘lgan molekular soni  $\Delta N$  ni quyidagi formuladan topish mumkin:

$$\Delta N = N \int_{u_2}^{u_1} \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2} du \dots\dots\dots (8)$$

Quyidagi jadvalda (8) formula bilan har xil intervallar uchun hisoblangan molekularining nisbiy soni  $\Delta N / N$  ko‘rsatilgan tezlik.

1-jadval

Har xil nisbiy tezlikka  $u=v/v_{\text{eht}}$  ega bo‘lgan molekularning  $\Delta N/N$  ulushi

$u$	$0 \div 0,5$	$0,5 \div 1,5$	$1,5 \div 2$	$2 \div 3$	$> 3$
$\Delta N \text{ — ,\%}$	8,1	70,7	16,6	4,6	0,04
$N$					

***O‘lchash tartibi va usuli***

Dasturni ishga tushiring. “Termodinamika va molekulyar fizika” bo‘limini, so‘ngra “Maksvell taqsimoti” kompyuter modelini tanlang. Ichki oynada sahifa tasvirlangan tugmani bosning. Nazariyani o‘qing va kerakli joylarini laboratoriya daftaringizga yozib oling. Ichki oynaning yuqori o‘ng burchagidagi “+” tugmani bosish orqali nazariya oynasini yoping.

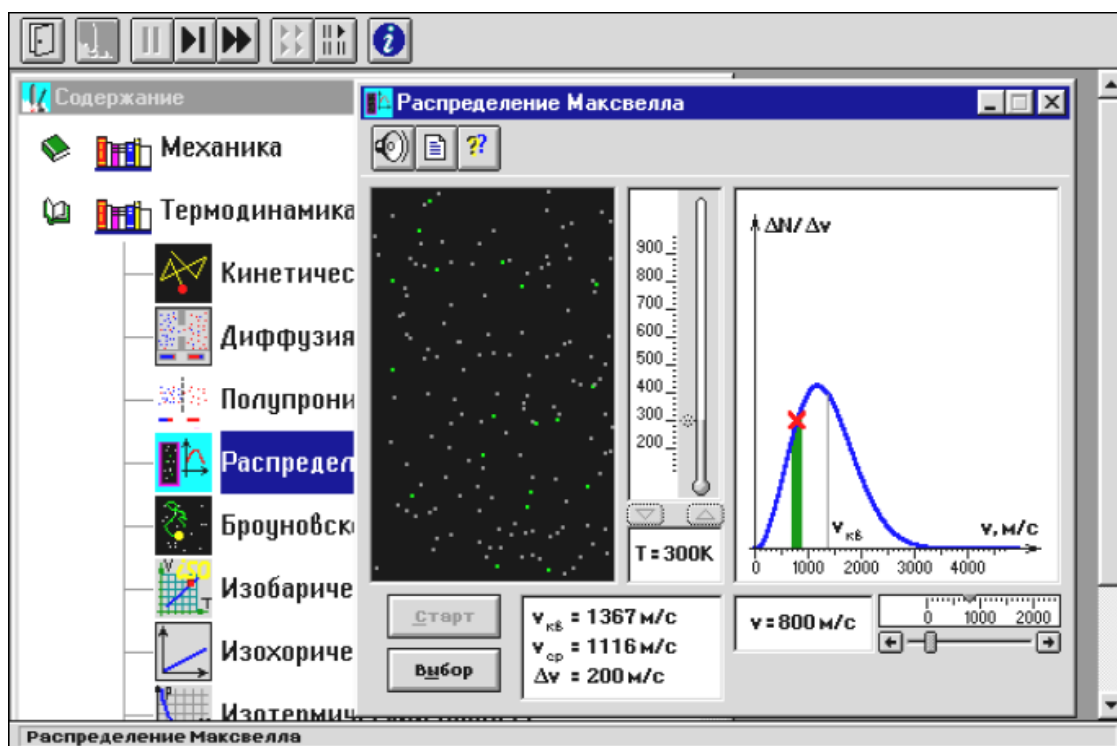
Display ekranidagi rasmga diqqat bilan qarang (shunga o‘xshash rasm keyingi sahifada ko‘rsatilgan).

Ichki oynada chap tomonda yopiq idishda harakatlanadigan zarralar tizimiga e’tibor bering. Molekulalar bir-biri bilan va idish

devorlari bilan absolyut elastik tarzda to‘qnashadi. Ularning soni 100 ga yaqin va bu tizim yaxshi “mexanik” ideal gaz modelidir.

Ish jarayonida siz barcha molekulalarning harakatini to‘xtatishingiz mumkin (⏸ tugmachani yuqoriga bosib) va “oniy fotosuratlarni” olishingiz mumkin, unda zarralar (nuqtalar) yorqinroq nur bilan yoritilgan, tezliklar ulardan tanlangan  $v$  tezlik yaqinida ma’lum bir  $\Delta v$  oralig‘ida yotadi (ya’ni  $v$  dan  $v + \Delta v$  gacha bo‘lgan tezlikdagi zarralar). Zarrachalarning harakatini kuzatishni davom ettirish uchun (▶▶) tugmani bosib.

Ekranida ko‘rsatilgan  $\Delta v$  qiymatini daftarga yozib oling.



***Tajribani bajarish uchun o‘qituvchingizdan ruxsat oling.***

### ***Tajribani bajarish***

1. (▶▶), "СТАРТ" va "ВЫБОР" tugmachalarini bosib va  $T_1$  haroratini  $160 \text{ K} < T_i < 960 \text{ K}$  oralig‘ida biror qiymatga o‘rnatib. Tanlangan harorat uchun oynada berilgan tezliklarning o‘rtacha  $v_{o'rt}$  va kvadratik

$v_{kv}$  qiymatlarini yozing va taxminiy tezlik diapazonini aniqlang ( $v_{min} < v < v_{max}$ ).

3.  tugmani bosib va “oniy fotosurat”da tezligi berilgan ( $v_1$  dan  $v_1 + \Delta v$  gacha) intervalda yotadigan (ular yashil rangda(ular yorqinroq) molekulalar soni ( $\Delta N_v$ )ni hisoblang. Natijani 2-jadvalga yozib qo‘ying.

O‘lchashlarni kamida yana ikki marta takrorlang. Yangi “tezkor fotosuratlar” uchun  tugmani bosib va 10-20 soniyadan so‘ng tugmani  bosib.

4. Oldingi tezlikni 200 m/s ga oshirib (yuqori harorat uchun siz tezlikni 300 ÷ 400 m/s ga oshirishingiz mumkin) va keyingi tezlik diapazonlariga ( $v_i, v_i + \Delta v$ , bu yerda  $v_{min} < v_i < v_{max}$ ) o‘tib, o‘lchashlarni takrorlang (3-banddagi kabi). Molekulalar soni( $\Delta N_v$ )ni hisoblash uchun tanlangan diapazonlarning har birida kamida uch marta o‘lchashni amalga oshiring.

5. 160 K <  $T_i$  < 960 K diapazondan yana uchta temperaturaning qiymatlarini tanlang:  $T_2, T_3, T_4$  va har bir harorat uchun o‘lchashlarni takrorlang (1,2,3,4-bandlarga muvofiq), natijalarni 2-jadvalga o‘xshash 3,4,5-jadvallarga yozing.

2. jadvallar.  $T_i = \underline{\hspace{2cm}}$  K dagi o‘lchashlar natijalari

$V_i, m/s$	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500
$(\Delta N_v)_1$							
$(\Delta N_v)_2$							
$(\Delta N_v)_3$							
$(\Delta N_v)_4$							
$(\Delta N_v)_5$							
$\Delta N_{ort}$							

3. jadvallar.  $T_i = \underline{\hspace{2cm}}$  K dagi o'lashlar natijalari

$V_i, m/s$	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500
$(\Delta N_v)_1$							
$(\Delta N_v)_2$							
$(\Delta N_v)_3$							
$(\Delta N_v)_4$							
$(\Delta N_v)_5$							
$\Delta N_{ort}$							

### *Nazorat savollari*

1. Molekulalarning tezliklar bo'yicha taqsimlanishiga doir Maksvell qonunini tushuntiring. U qanday shartlar uchun olingan? Maksvellning  $F(v)$  taqsimot funksiyasi uchun formulani yozing.
2.  $F(v)$  Maksvell taqsimot funksiyasi grafigi qanday hususiyatlarga ega?
3. Quyidagi formulalardan qaysi biri Maksvellning taqsimot funksiyasi  $F(v)$ : a)  $dN_v / dv$ ; b)  $dN_v / Nd v$ ; c)  $dN_v / N$ ; d)  $dP_v / dv$ ?
4. Taqsimot funksiyasi nima? Tezligi  $v_1$  dan  $v_2$  gacha bo'lgan molekulalarning ulushi qanday topiladi?
5. Ixtiyoriy molekulaning tezligi  $v_1$  dan  $v_2$  oralig'ida bo'lish ehtimolligini qanday topish mumkin?
6. Tezliklari yetarlicha kichik ( $v, v + \Delta v$ ) oralig'ida joylashgan molekulalarning ulushini qanday baholash mumkin?
7. Tezligi  $v_{eht}$  dan kichik bo'lgan molekulalarning nisbiy sonini, tezligi mos ravishda  $v_{eht}$  dan katta bo'lgan molekulalarning ulushi bilan taqqoslang.

8. Maksvell taqsimot funktsiyasi egri chizig‘i ostidagi yuza nimaga teng? U quyidagilarga bog‘liqmi: a) molekulalar soni; b) harorat; v) molyar massa?

9.  $dN_v/dv$ ; b)  $dN_v/Ndv$  egri chiziqlari ostidagi maydonlar nimaga teng? Ular quyidagilarga bog‘liqmi: a) gaz molekulalarining soni; b) harorat; v) gazning molyar massasi?

10. Har xil haroratlardagi gaz uchun Maksvell taqsimot funktsiyasi grafiklarini solishtiring.

11. Bir xil haroratda bo‘lgan ikki xil gaz ( $m_1 > m_2$ ) uchun Maksvell taqsimot funktsiyasi grafikalarini solishtiring.

12. Maksvell taqsimotining funktsiyasi  $f(u)$  uchun formulani yozing, bu yerda  $u = v/v_{eht}$

13. Nisbiy tezligi  $u = v/v_{eht}$   $u_1$  dan  $u_2$  gacha oraliqda bo‘lgan molekulalarning ulushi  $\Delta N/N$  ni qanday topish mumkin?

14. Nisbiy tezligi  $u = v/v_{eht}$   $u_1$  dan  $u_2$  gacha oraliqda bo‘lgan molekulalar  $\Delta N$  ni qanday topish mumkin?

15. Agar uning taqsimot funktsiyasi  $f(A)$  ma’lum bo‘lsa ayrim fizik kattaliklarning o‘rtacha qiymati  $\langle A \rangle$  qanday aniqlanadi,?

16. O‘rtacha arifmetik tezlikni hisoblash formulasi qanday olinadi.

17. O‘rtacha kvadrat tezlikni hisoblash formulasi qanday olinadi.

18. Molekulalarning eng katta ehtimolli tezligini topish shartini yozing.

19. a) ideal gaz molekulalarining o‘rtacha tezligi b) o‘rtacha kvadratik tezligi; v) eng katta ehtimolli tezligi uchun ifodalarni yozing.

20 Ideal gaz molekulalarining quyidagi tezliklari necha foizga farq qilishini hisoblang:

a) o‘rtacha kvadrat tezligi o‘rtacha arifmetigidan;

- b) o'rtacha arifmetigi eng katta ehtimolli tezlikdan;
- c) o'rtacha kvadratigi eng katta ehtimolli tezlikdan.